

Пістунов І.М., Пашкевич М.С.

### **АНАЛІТИЧНА ФОРМА РОЗРАХУНКУ ТЕРМІНУ ПОГАШЕННЯ ДЕБІТОРСЬКОЇ ЗАБОРГОВАНОСТІ ДОДАТКОВИМ ПРИБУТКОМ ПІДПРИЄМСТВА**

Економічне середовище підприємства, де все підпорядковано режиму економії ресурсів та досягнення найвищої ефективності діяльності, дедалі вимагає точніших розрахункових даних щодо прогнозування майбутніх економічних ситуацій та прийняття рішень. Зокрема в умовах товарного кредитування між підприємствами-партнерами виникає необхідність управлінських рішень на предмет компенсації дебіторської заборгованості. Поряд з розповсюдженими інструментами рефінансування заборгованості, такими як факторинг, облік векселів, кредитування, раніше було запропоновано розширення виробництва і отримання додаткового прибутку для упередженого самостійного “погашення” заборгованості за рахунок внутрішніх резервів [1]. Досліджувалось питання знайдення конкретної кількості періодів, через які підприємство самотужки зможе повернути вартість дебіторської заборгованості, що збільшується кожного періоду згідно закону зміни вартості грошей у часі, за рахунок прибутку, отриманого від приросту виробництва впродовж цієї ж кількості періодів. Зокрема, розглядалась компенсація заборгованості кожного періоду прибутком або його часткою, після чого на залишок нараховувалось нарощення боргу. Саме такий процес періодичного зменшення або збільшення сум – як то нарахування амортизації, погашення дебіторської заборгованості через резерв сумнівних боргів, кредитування – зазвичай представляється у формі таблиці з нумерацією періодів та розрахунками початкової, кінцевої вартості та платежів. Аналітична залежність таких процесів трансцендентна і має наперед невідому кількість членів суми. Тому знайдення кількості періодів методом [1] вирішення оптимізаційної задачі у вигляді аналітичного рівняння для знайдення кількості періодів, чи будь-якого іншого фактору моделі, через яку відбудеться поставлений результат – погашення, накопичення – засобами розрахункових електронних таблиць Excel було не можливо.

Досліджувана тема зустрічається у працях з фінансового менеджменту, фінансової математики, інвестування, статистики, економетрії таких вчених як Савчук В.П. [2], Толбатов Ю.А. [3], Коптева Н.В. [4], Малихін В.І. [5], Міцкевич А.А. [6], Баранкевич М.М. [7], Козловський С.В. [8] та інших.

Аналіз наявних досліджень виявив по-перше, відсутність методики переведення складних функціональних залежностей, якими виражені економічні процеси, пов'язані з періодизацією платежів, в аналітичний вигляд для вирішення необхідних оптимізаційних задач шляхом знайдення конкретних значень факторів цих процесів. А по-друге, на погляд авторів, відсутня єдина домовленість щодо нумерування періодів платежів та не достатньо досліджено вплив нумерації періодів на кінцевий результат розрахунку. Зокрема, у праці Коптевої Н.В., пропонується модель визначення строку позики та величини процентної ставки, але при відомому значенні майбутньої вартості позики. У пропонованому дослідженні майбутня вартість дебіторської заборгованості не відома, оскільки вона буде нарощуватись доти, доки не відбудеться збіг суми компенсації, сформованої з прибутку, та цієї нарощеної вартості боргу через невідому кількість періодів.

Тому ціллю статті є знайдення алгоритму створення формул аналітичного вигляду залежності періоду погашення дебіторської заборгованості підприємства від розміру заборгованості, проценту відрахування на погашення, тощо.

Нехай на підприємстві існує або виникла дебіторська заборгованість, щодо якої застережливий власник хоче прорахувати можливість компенсації власними силами. Сума боргу погашається кожного періоду, а на залишок нарощується додаткова вартість згідно, наприклад, інфляційному відсотку. Період нарощення боргу дорівнює періоду його погашення, і дорівнює операційному циклу підприємства, в кінці якого воно отримує прибуток. Платежі до погашення складаються з частки приблизно постійного рівня прибутку впродовж періодів. Задача: знайти кількість періодів, через яку сума заборгованості зійде на нуль при періодичному її погашенні та водночас

нарощенні на залишкову суму, якщо відомі початкова вартість боргу, ставка нарощення, періодичний прибуток та його частка на погашення.

У табл.1 на початок нульового періоду заборгованість складає  $DЗ$ . За цей період вона нарощує вартість до  $DЗ \cdot (1 + E)$ . Водночас, за цей період підприємство отримує прибуток  $\Pi$  та направляє на компенсацію боргу його частку  $i$ . Прибуток на погашення за нульовий період дорівнює  $\Pi \cdot i$ . На початок першого періоду заборгованість, нарощена за нульовий період, зменшується на суму частки прибутку і дорівнює  $DЗ_1$ . За перший період  $DЗ_1$  знову нарощує свою вартість до  $DЗ_1 \cdot (1 + E)$ , і на погашення знову формується частка прибутку у постійному розмірі  $\Pi \cdot i$ . Нарощена вартість заборгованості за перший період зменшується на частку прибутку і становить вартість боргу на початок другого періоду,  $DЗ_2$ . Аналогічно відбувається розрахунок початкової вартості боргу впродовж  $T$  періодів.

Таблиця 1

№ періоду	Вартість $DЗ$ на початок періоду	Вартість $DЗ$ на кінець періоду	Прибуток на погашення
0	$DЗ$	$DЗ \cdot (1 + E)$	$\Pi \cdot i$
1	$DЗ_1 = DЗ \cdot (1 + E) - \Pi \cdot i$	$DЗ_1 \cdot (1 + E)$	$\Pi \cdot i$
2	$DЗ_2 = DЗ_1 \cdot (1 + E) - \Pi \cdot i$	$DЗ_2 \cdot (1 + E)$	$\Pi \cdot i$
3	$DЗ_3 = DЗ_2 \cdot (1 + E) - \Pi \cdot i$	$DЗ_3 \cdot (1 + E)$	$\Pi \cdot i$
$T$	$DЗ_t = DЗ_{t-1} \cdot (1 + E) - \Pi \cdot i$	$DЗ_t \cdot (1 + E)$	$\Pi \cdot i$

Нумерацію періодів погашення заборгованості можна починати з 0 (0,1,2,...,t) (табл.1), або з 1 (1,2,3,...,t) (табл.2). Тоді при ідентичному змісті економічного процесу маємо різні його позначення. В табл.1 після проходження трьох періодів – нульового, першого, другого – фактично початок четвертого періоду позначено як початок третього, а фактично вартість заборгованості на початок четвертого періоду позначена як  $DЗ_3$ . У табл. 2 після проходження трьох періодів – першого, другого, третього – фактично четвертий період позначено як четвертий, а фактично вартість заборгованості на початок четвертого періоду позначена як  $DЗ_4$ .

Таблиця 2

№ періоду	Вартість $ДЗ$ на початок періоду	Вартість $ДЗ$ на кінець періоду	Прибуток на погашення
1	$ДЗ$	$ДЗ \cdot (1 + E)$	$П \cdot i$
2	$ДЗ_1 = ДЗ \cdot (1 + E) - П \cdot i$	$ДЗ_1 \cdot (1 + E)$	$П \cdot i$
3	$ДЗ_2 = ДЗ_1 \cdot (1 + E) - П \cdot i$	$ДЗ_2 \cdot (1 + E)$	$П \cdot i$
4	$ДЗ_3 = ДЗ_2 \cdot (1 + E) - П \cdot i$	$ДЗ_3 \cdot (1 + E)$	$П \cdot i$
$T$	$ДЗ_t = ДЗ_{t-1} \cdot (1 + E) - П \cdot i$	$ДЗ_t \cdot (1 + E)$	$П \cdot i$

На перший погляд така розбіжність не має значення. Адже, обравши варіант нумерації періодів, потрібно чітко орієнтуватись в його позначеннях. Але, як виявилось при дослідженні, для розрахунку цільового результату: знайдення кількості періодів,  $T$ , через яку початкова вартість  $T$ -го періоду зійде на нуль при її періодичному погашенні і нарощенні, розбіжність у нумерації періодів має вирішальне значення.

Сформулюємо цільовий результат у загальному вигляді, тобто, дебіторська заборгованість має обернутися в нуль по закінченні періоду погашення:

$$ДЗ_T = 0 \quad (1)$$

Запишемо початкові значення заборгованості кожного періоду при її погашенні і нарощенні для обох варіантів нумерації періодів. Позначимо вихідну дебіторську заборгованість –  $ДЗ$ , частку прибутку на погашення –  $П \cdot i$ , показник нарощення боргу –  $E$ , (табл.3), створивши таблицю вихідних рядів загального вигляду.

Таблиця 3

№ періоду	Вартість заборгованості на початок періоду	
0	1	$ДЗ \cdot (1 + E)^0$
1	2	$ДЗ \cdot (1 + E)^1 - П \cdot i \cdot (1 + E)^0$
2	3	$ДЗ \cdot (1 + E)^2 - П \cdot i \cdot (1 + E)^1 - П \cdot i \cdot (1 + E)^0$
3	4	$ДЗ \cdot (1 + E)^3 - П \cdot i \cdot (1 + E)^2 - П \cdot i \cdot (1 + E)^1 - П \cdot i \cdot (1 + E)^0$

Аналітичне вираження дебіторської заборгованості на початок  $T$ -го періоду згідно цільовому результату (1) для варіантів нумерації періодів з 0 (0,1,2,...,  $t$ ) та з 1 (1,2,3,...,  $t$ ) у загальному вигляді становить відповідно (2), (3).

$$ДЗ_t(0,1,2,\dots,t) = ДЗ \cdot (1+E)^T - \sum_{i=1}^T (\Pi \cdot i \cdot (1+E)^{t-1}) = 0; \quad (2)$$

$$ДЗ_t(1,2,3,\dots,t) = ДЗ \cdot (1+E)^{T-1} - \sum_{i=1}^{T-1} (\Pi \cdot i \cdot (1+E)^{t-2}) = 0, \quad (3)$$

де  $ДЗ_t(0,1,2,\dots,t)$ ,  $ДЗ_t(1,2,3,\dots,t)$  – дебіторська заборгованість на початок  $t$ -го періоду при нумерації періодів відповідно з нуля та одиниці (грн.);  $T$  – загальна невідома кількість періодів;  $t$  – номер періоду.

У зв'язку з тим, що в загальному випадку кількість періодів – величина невідома, розрахувати її з (2, 3) в аналітичному вигляді не можливо.

Вирішуючи цю задачу, звернемо увагу, що навіть при розбитті загального  $T$  на окремі дискретні періоди, шуканий повний термін  $T$  може бути будь-яким дробовим числом. Тоді перейдемо від знаку  $\sum$  у (2), (3) до знаку  $\int$  у (4), (5), замінюючи параметр  $t$  невідомою величиною  $x$ . Звернемо увагу на те, що верхня межа суми у (2), (3) завжди відстає на одиницю від фактичного номеру інтервалу. Тому верхню межу інтегралу у (4), (5) треба завжди збільшувати на одиницю.

$$\sum_{i=1}^T (\Pi \cdot i \cdot (1+E)^{t-1}) \rightarrow \int_1^{T+1} \Pi \cdot i \cdot (1+E)^{x-1} dx \rightarrow \frac{\Pi \cdot i \cdot ((1+E)^T - 1)}{\ln(1+E)}; \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{T-1} (\Pi \cdot i \cdot (1+E)^{t-2}) \rightarrow \int_1^T \Pi \cdot i \cdot (1+E)^{x-2} dx \rightarrow \frac{\Pi \cdot i \cdot ((1+E)^T - (1+E))}{(1+E)^2 \cdot \ln(1+E)} \quad (5)$$

Тоді після інтегрування (2), (3) приймуть вигляд відповідно (6), (7):

$$ДЗ_t(0,1,2,\dots,t) = ДЗ \cdot (1+E)^T - \frac{\Pi \cdot i \cdot ((1+E)^T - 1)}{\ln(1+E)}; \quad (6)$$

$$ДЗ_t(1,2,3,\dots,t) = ДЗ \cdot (1 + E)^{T-1} - \frac{П \cdot i \cdot ((1 + E)^T - (1 + E))}{(1 + E)^2 \cdot \ln(1 + E)} \quad (7)$$

Перевіримо правильність розрахунків за (6), (7) на числовому прикладі (табл.4). Задамо параметри:  $ДЗ$  – 32 тис грн.;  $E$  – 0,017;  $T$  – 3 періоди;  $П$  – 9,1 тис грн.;  $i$  – 30%.

Таблиця 4

№ періоду	Вартість $ДЗ$ на початок періоду	Вартість $ДЗ$ на кінець періоду	Прибуток на погашення
0	1	32 000	2 748,19
1	2	29 795,81	2 748,19
2	3	27 554,14	2 748,19
3	4	25 274,37	-

За (6) на початок третього періоду отримуємо вартість дебіторської заборгованості у 25 203грн. За (7) на початок третього періоду по шкалі нумерації періодів з одиниці до  $t$ , підставивши  $T$  у кількості трьох періодів, отримуємо 27 600грн., а на початок четвертого періоду, що зрівнюється з початком третього по шкалі нумерації з 0 до  $t$ , підставивши  $T$  у кількості чотирьох періодів отримуємо 25 344грн. Як бачимо, результати за обома формулами відмінні від точного.

Перший висновок полягає у необхідності зіставлення нумерації періодів, щоб можна було вести розрахунки відносно одного способу позначення періодів. Оберемо нумерацію, починаючи з 0 до  $t$ . Тоді (6) залишається у своєму вигляді, а у (7)  $T$  дорівнюватиме  $(T + 1)$ . Замінімо у (7)  $T$  на  $(T + 1)$ :

$$ДЗ_t(1,2,3,\dots,t) = ДЗ \cdot (1 + E)^T - \frac{П \cdot i \cdot ((1 + E)^{T+1} - (1 + E))}{(1 + E)^2 \cdot \ln(1 + E)} \quad (8)$$

Тоді на початок третього періоду при нумеруванні від 0 до  $t$  за (6) маємо борг у 25 203грн, а за (8) – 25 344грн. По табличним розрахункам (табл.4) вартість боргу на початок третього періоду – 25 274грн.

Другий висновок на підставі числових експериментів полягає у тому, що значення, отримане за (6) завжди менше реального результату, а значення, отримане за (8) завжди більше реального результату. При цьому розбіжність між (6) та реальним результатом і між (8) та реальним результатом не однакова і складає відповідно (–71) та (70). Можна було б вважати цю розбіжність майже однаковою і знайти для неї аналітичну залежність, щоб уникнути складання двох рівнянь по способу нумерації періодів. Але розрахунки показують, що в інших економічних ситуаціях з іншими варіантами погашення заборгованості, наприклад повними прибутками або приростами прибутку при періодичному збільшенні виробництва, значення цієї розбіжності не є сталою величиною. Точне ж значення періоду погашення відповідає середньому арифметичному значень, отриманих за (6) та (8).

Запишемо другий висновок математично:

$$ДЗ_t(0,1,2,\dots,t) < ДЗ_t ; \quad (9)$$

$$ДЗ_t(1,2,3,\dots,t) > ДЗ_t ; \quad (10)$$

$$ДЗ_t = \frac{ДЗ_t(0,1,2,\dots,t) + ДЗ_t(1,2,3,\dots,t)}{2} ; \quad (11)$$

$$ДЗ_t = \frac{ДЗ \cdot (1+E)^T - \frac{П \cdot i \cdot ((1+E)^T - 1)}{\ln(1+E)}}{2} + \frac{ДЗ \cdot (1+E)^T - \frac{П \cdot i \cdot ((1+E)^{T+1} - (1+E))}{(1+E)^2 \cdot \ln(1+E)}}{2} \quad (12)$$

Залежність середнього арифметичного (12) має достатньо складний вигляд, тому при спрощенні з математичними перетвореннями (12) трансформується у (13):

$$ДЗ_t = ДЗ \cdot (1 + E)^T - \frac{П \cdot i \cdot [(1 + E)^T - 1]}{2 \ln(1 + E)} \cdot \frac{E}{(1 + E)} \quad (13)$$

Підставляючи у (13) задані числові параметри та будь-яке значення  $T$ , отримаємо точні значення вартості боргу початку періодів з нумерацією від 0 до  $t$  згідно табл.4.

Для знайдення величини  $T$  використаємо (13) як функціонал оптимізаційної задачі. Задамо абсолютне значення (12) або (13) як цільову функцію, яка прагне нуля, зі змінним параметром  $T$ , обмеженим значеннями тільки більше нуля, в опції “Пошук рішення” обчислювальної програми Excel. Знайдемо  $T$  у розмірі 13,08 періодів.

Отже у ході досліджень було отримано аналітичну форму розрахунку терміну погашення дебіторської заборгованості додатковим прибутком підприємства

Це стосується економічних ситуацій, де розрахунки ведуться відносно періодів, як то розрахунок кредиту, амортизаційні відрахування, погашення дебіторської заборгованості, і алгебраїчне їх вираження має знаки суми. З використанням інтегрування компоненти під знаком суми і включенням отриманого виразу у вихідну залежність створюється функція, що дає результат, не точний, а наближений до реального. При цьому більший він чи менший від реального результату залежить від способу нумерації періодів від 0 до  $t$  або від 1 до  $t$  і позначення складових певного періоду, наприклад  $ДЗ_t$ , або  $ДЗ_{t+1}$ , які за суттю є однаковими, а за позначеннями різними. Дослідження показали, що точний результат дає середнє арифметичне залежностей, розрахованих для обох варіантів нумерації періодів. Отриманий алгоритм значно



полегшує процес прогнозування факторів, що входять у економічні моделі, де присутня періодизація і потоки платежів.

У майбутніх дослідженнях планується удосконалення алгоритму через спрощення отримуваних функцій та виявлення закономірності поведінки різниці реального значення та значень, отриманих за цими функціями.

### *Література*

1. Пістунов Шашкевич Попередня стаття
2. Савчук В.П. Финансовый менеджмент предприятий: прикладные вопросы с анализом деловых ситуаций. – К.: Издательский дом “Максимум”, 2001. – 600с.
3. Толбатов Ю.А. Загальна теорія статистики засобами Excel. – К.: “Четверта хвиля”, 1999. – 219с.
4. Коптева Н.В., Семенов С.П. Финансовая математика. – Издательство Алтайского госуниверситета, 2003. – 316с.
5. Мальхин В.И. Финансовая математика, 2-е издан., перераб. и доп. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. – 237с.
6. Мицкевич А.А. Финансовая математика. – М.: Олма-Пресс Инвест Ин-т Экономических стратегий, 2003. – 128с.
7. Баранкевич М.М. Фінансова математика: основи теорії, задачі, розв’язки. – Л.: Видавничий центр ЛНУ ім.І.Франка, 2002. – 268с.
8. Козловський С.В. Фінансова математика. – К.: Знання України, 2006. – 308с.