

Домашнє завдання № 3

Студенти мають вирішити по 6 задач з планіметрії (друга сторінка) та шість задач зі стереометрії (третья сторінка) на вибір.

треугольник ABC — равносторонний. Найти его площадь.

10.036. В прямоугольный треугольник с углом 60° вписан ромб со стороной, равной 6 см, так, что угол в 60° у них общий и все вершины ромба лежат на сторонах треугольника. Найти стороны треугольника.

10.037. Дан правильный треугольник ABC . Точка K делит сторону AC в отношении 2:1, а точка M — сторону AB в отношении 1:2 (считая в обоих случаях от вершины A). Показать, что длина отрезка KM равна радиусу окружности, описанной около треугольника ABC .

10.038. Периметр параллелограмма равен 90 см и острый угол содержит 60° . Диагональ параллелограмма делит его тупой угол на части в отношении 1:3. Найти стороны параллелограмма.

10.039. Прямые, содержащие боковые стороны равнобедренной трапеции, пересекаются под прямым углом. Найти длины сторон трапеции, если ее площадь равна 12 см^2 , а длина высоты равна 2 см.

10.040. В прямоугольный треугольник вписана полуокружность так, что диаметр лежит на гипотенузе, а центр делит гипотенузу на отрезки длиной 15 и 20 см. Найти площадь треугольника и длину вписанной полуокружности.

10.041. Величина одного из углов параллелограмма равна 60° , а меньшая диагональ $2\sqrt{31}$ см. Длина перпендикуляра, проведенного из точки пересечения диагоналей к большей стороне, равна $\sqrt{75}/2$ см. Найти длины сторон и большей диагонали параллелограмма.

10.042. Один из углов трапеции равен 30° , а прямые, содержащие боковые стороны трапеции, пересекаются под прямым углом. Найти длину меньшей боковой стороны трапеции, если ее средняя линия равна 10 см, а одно из оснований 8 см.

10.043. В окружность, диаметр которой равен $\sqrt{12}$, вписан правильный треугольник. На его высоте как на стороне построен другой правильный треугольник, в который вписана новая окружность. Найти радиус этой окружности.

10.044. В окружности проведены две хорды $AB = a$ и $AC = b$. Длина дуги AC вдвое больше длины дуги AB . Найти радиус окружности.

10.045. Общая хорда двух пересекающихся окруж-

ностей видна из их центров под углами 90° и 60° . Найти радиусы окружностей, если расстояние между их центрами равно $\sqrt{3} + 1$.

10.046. Окружность касается большего катета прямоугольного треугольника, проходит через вершину противолежащего острого угла и имеет центр на гипотенузе треугольника. Каков радиус окружности, если длины катетов равны 5 и 12?

10.047. Периметр прямоугольного треугольника ABC ($\angle C = 90^\circ$) равен 72 см, а разность между длинами медианы CK и высоты CM равна 7 см. Найти длину гипотенузы.

10.048. В острый угол, равный 60° , вписаны две окружности, извне касающиеся друг друга. Радиус меньшей окружности равен r . Найти радиус большей окружности.

10.049. Точка на гипотенузе, равноудаленная от обоих катетов, делит гипотенузу на отрезки длиной 30 и 40 см. Найти катеты треугольника.

10.050. Найти радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 3 см, а катет равен 10 см.

10.051. Три окружности разных радиусов попарно касаются друг друга. Прямые, соединяющие их центры, образуют прямоугольный треугольник. Найти радиус меньшей окружности, если радиусы большей и средней окружностей равны 6 и 4 см.

10.052. Окружность касается одного из катетов равнобедренного прямоугольного треугольника и проходит через вершину противолежащего острого угла. Найти радиус окружности, если ее центр лежит на гипотенузе треугольника, а катет треугольника равен a .

10.053. В параллелограмме $ABCD$ высота, проведенная из вершины B тупого угла на сторону DA , делит ее в отношении 5:3, считая от вершины D . Найти отношение $AC:BD$, если $AD:AB = 2$.

10.054. На основании равнобедренного треугольника, равном 8 см, как на хорде построена окружность, касающаяся боковых сторон треугольника. Найти радиус окружности, если длина высоты, проведенной на основание треугольника, равна 3 см.

10.055. В равнобедренный треугольник с углом 120° при вершине и боковой стороной a вписана окружность. Найти радиус этой окружности.

другая — ромб с углом 60° . Определить полную поверхность призмы.

11.038. Основанием параллелепипеда служит квадрат. Одна из вершин верхнего основания одинаково отстоит от всех вершин нижнего основания и удалена от плоскости этого основания на расстояние, равное b . Сторона основания равна a . Определить полную поверхность параллелепипеда.

11.039. В кубе центры оснований соединены с центрами боковых граней. Вычислить поверхность полученного октаэдра, если ребро куба равно a .

11.040. Основанием пирамиды служит треугольник с длинами сторон $6, 5$ и 5 см. Боковые грани пирамиды образуют с ее основанием равные двугранные углы, содержащие по 45° . Определить объем пирамиды.

11.041. Определить объем прямоугольного параллелепипеда, диагональ которого равна l и составляет с одной гранью угол 30° , а с другой 45° .

11.042. Определить объем правильной четырехугольной усеченной пирамиды, если ее диагональ равна 18 см, а длины сторон оснований 14 и 10 см.

11.043. Основанием прямого параллелепипеда служит ромб, площадь которого равна Q . Площади диагональных сечений равны S_1 и S_2 . Определить объем параллелепипеда.

11.044. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно l и наклонено к плоскости основания под углом 60° . Найти объем пирамиды.

11.045. Наибольшая диагональ правильной шестиугольной призмы равна d и составляет с боковым ребром призмы угол 30° . Найти объем призмы.

11.046. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны a и b . Диагональ параллелепипеда наклонена к боковой грани, содержащей сторону основания, равную b , под углом 30° . Найти объем параллелепипеда.

11.047. Стороны основания прямоугольного параллелепипеда равны a и b . Диагональ параллелепипеда наклонена к плоскости основания под углом 60° . Определить боковую поверхность параллелепипеда.

11.048. Найти объем наклонной треугольной призмы, основанием которой служит равносторонний треугольник со стороной, равной a , если боковое ребро призмы равно стороне основания и наклонено к плоскости основания под углом 60° .

11.049. Найти объем правильной треугольной призмы, если сторона ее основания равна a и боковая поверхность равновелика сумме площадей оснований.

11.050. Найти боковую поверхность правильной шестиугольной пирамиды, высота которой равна h , а боковое ребро равно l .

11.051. Найти объем правильной треугольной пирамиды, у которой плоский угол при вершине равен 90° , а сторона основания равна 3 см.

11.052. В правильной треугольной призме площадь сечения, проходящего через боковое ребро перпендикулярно противоположащей боковой грани, равна Q . Сторона основания призмы равна a . Найти полную поверхность призмы.

11.053. Высота правильного тетраэдра равна h . Вычислить его полную поверхность.

11.054. Каждое из боковых ребер пирамиды равно b . Ее основанием служит прямоугольный треугольник, катеты которого относятся как $m:n$, а гипотенуза равна c . Вычислить объем пирамиды.

11.055. Центр верхнего основания куба соединен с серединами сторон нижнего основания. Определить боковую поверхность полученной пирамиды, если ребро куба равно a .

11.056. Основанием прямой призмы служит ромб. Площади диагональных сечений этой призмы равны P и Q . Найти боковую поверхность призмы.

11.057. Определить объем прямоугольного параллелепипеда, если его диагональ равна d , а длины ребер относятся как $m:n:p$.

11.058. Определить объем правильной треугольной пирамиды, если высота треугольника, служащего ее основанием, равна h , а апофема пирамиды равна m .

11.059. Площади боковых граней прямой треугольной призмы равны M, N и P . Боковое ребро ее равно l . Определить объем призмы.

11.060. Известны площадь основания P и объем V правильной четырехугольной призмы. Вычислить ее полную поверхность.

11.061. Найти боковую поверхность правильной треугольной призмы с высотой h , если прямая, проходящая через центр верхнего основания и середину стороны нижнего основания, наклонена к плоскости основания под углом 60° .

11.062. В основании пирамиды лежит квадрат. Две боковые грани перпендикулярны плоскости основания,